

ЯКУТСКИЙ ЭКОНОМИКО-ПРАВОВОЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ПРОФСОЮЗОВ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«АКАДЕМИЯ ТРУДА И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ»

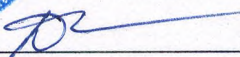
Одобрено на заседании
кафедры правоведения и основ
профсоюзного движения
протокол № 8 от 10.03.2025 г.

Рекомендовано на заседании
УМС протокол № 4 от 10.03.2025 г.



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по учебной
и воспитательной работе

 А.Д. Рабинович

Рабочая программа учебной дисциплины

«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки
38.03.01. Экономика

Профиль подготовки
Финансы и кредит

Квалификация выпускника
Бакалавр

Якутск 2025

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью изучения дисциплины является - является ознакомление студентов с основами аппарата высшей математики для решения теоретических и практических задач экономики, а также обоснование значимости и функций математики в анализе экономических процессов и подготовке управленческих решений, в прогнозировании и разработке сценариев социально-экономического развития.

Цель изучения дисциплины «Высшая математика» достигается посредством решения в учебном процессе следующих задач:

- формирование знаний, умений и навыков, необходимых при практическом применении математических идей и методов анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- получение практических навыков расчета показателей, используемых для мониторинга социально-экономического развития;
- выработка навыков к математическому исследованию экономических проблем.

1. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

2.1 Планируемые результаты обучения по дисциплине

Изучение дисциплины «Высшая математика» направлено на формирование следующих компетенций:

универсальных компетенций и индикаторов их достижения:

Категория (группа) УК	Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижений универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач УК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнообразные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений
	УК-10. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности.	УК-10.1. Понимает базовые принципы функционирования экономики и экономического развития, цели формы участия государства в экономике УК-10.2. Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей, использует финансовые

		инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски
--	--	---

обще профессиональных компетенций и индикаторов их достижения:

Категория (группа) ОПК	Код и наименование обще профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижений обще профессиональной компетенции
	ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;	ОПК-2.4 Анализирует, выбирает и обосновывает математические модели для решения задач в области экономики и управления ОПК-2.5 Знает методы формализации разных экономических задач в математические задачи и уметь решать их с помощью накопленных знаний в области высшей математики

2.2 Результаты освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистики, принципы математических рассуждений и математических доказательств.

- принципы и методы сбора, анализа и обработки математических данных, необходимых для решения профессиональных задач.

Уметь:

- разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке;

- применять математические понятия при описании прикладных задач и использовать математические методы при их решении.

- применять современные методы сбора, анализа и обработки математических данных в профессиональной деятельности

Навыки и/или опыт деятельности:

- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач;

- владение методами математического описания типовых профессиональных задач и интерпретации полученных результатов

- навык применения современного математического инструментария для решения экономических задач, анализа результатов математических расчетов и обоснования полученных выводов

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательной части учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Объем дисциплины	Всего часов		
	Для очной формы обучения	Для очно-заочной формы обучения	Для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины (зачетных единиц/часов)	12/432	12/432	
Контактная работа – аудиторные занятия:	190	116	
Лекции	62	40	
Семинары, практические занятия	116	64	
Лабораторные работы			
КтЗа, КтЭк, КонсЭ	12	12	
Самостоятельная работа обучающегося (всего с промежуточной аттестацией)	178	252	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет Экзамен (32) Экзамен (32)	Зачет Экзамен (32) Экзамен (32)	

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**5.1 Содержание дисциплины (модуля)****Раздел 1. Линейная алгебра****Тема 1.1. Матрицы и определители.**

Основные понятия линейной алгебры. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке и столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы.

Тема 1.2. Системы линейных уравнений.

Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие совместности СЛАУ. Решение СЛАУ по формулам Крамера. Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Решение СЛАУ методом Гаусса. Общее решение СЛАУ. Применение СЛАУ в экономике.

Тема 1.3. Векторные пространства.

Определение, свойства и примеры векторных пространств. Операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Угол между векторами

Раздел 2. Аналитическая геометрия**Тема 2.1. Аналитическая геометрия на плоскости.**

Основные понятия аналитической геометрии. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Геометрическая интерпретация решения системы линейных неравенств.

Тема 2.2. Аналитическая геометрия в пространстве.

Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение плоскостей, прямых, прямой и плоскости в пространстве.

Раздел 3. Математический анализ

Тема 3.1. Числовые последовательности. Пределы и их свойства.

Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Сходящиеся и монотонные последовательности, их свойства.

Тема 3.2. Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции.

Определение функции одной переменной. Способы задания функций. Графики основных элементарных функций. Сложная и взаимно обратные функции. Примеры функций, используемых в экономике и управлении. Предел функции в бесконечности и в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции.

Тема 3.3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Определение производной функции одной переменной, её геометрический и физический смысл. Основные правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Условия возрастания и убывания функции. Точки экстремума. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные признаки существования экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба. Асимптоты. Исследование функции. Построение графика функции. Приложения производной в экономико-управленческих расчетах.

Тема 3.4. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Первообразная функции одной переменной и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Методы вычисления неопределённого интеграла. Определённый интеграл, его свойства. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле, интегрирование по частям. Геометрические и экономические приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций.

Тема 3.5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Функции многих переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции многих переменных. Частные производные. Полный

дифференциал. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Градиент функции и его свойства. Производная по направлению. Экстремумы функции нескольких переменных. Глобальный и локальный экстремумы. Необходимые и достаточные условия локального экстремума для функций двух переменных. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения многомерной функции, непрерывной в замкнутой области.

Тема 3.6. Дифференциальные уравнения.

Понятие дифференциального уравнения. Частное и общее решения дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Раздел 4. Теория вероятностей и элементы математической статистики

Тема 4.1. Случайные события и их вероятность.

Предмет теории вероятностей. Установление закономерностей в случайных процессах. Случайные события. Стохастический эксперимент. Событие. Элементарный исход. Пространство элементарных исходов. Алгебра событий. Виды событий. Операции над событиями. Определение вероятности наступления события. Формулы комбинаторики для вычисления вероятностей. Аксиомы теории вероятностей. Вероятности противоположных событий, суммы событий. Условная вероятность. Вероятность произведения. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательность независимых однородных испытаний. Схема Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.

Тема 4.2. Случайные величины и процессы.

Определение случайных величин. Дискретные и непрерывные случайные величины. Генеральная совокупность и выборка. Функции распределения случайных величин. Плотность распределения вероятностей. Моменты случайных величин. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Медиана и мода случайной величины. Дисперсия случайной величины и среднеквадратическое отклонение; их свойства. Биноминальное распределение. Распределение Пуассона. Нормальное распределение. Многомерные случайные величины. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики зависимых случайных величин. Ковариация и корреляция. Функции случайных величин. Многомерные распределения. Функции от нормально распределенных величин. Распределения Стюдента, Пирсона – Хи-квадрат, Снедекора-Фишера. Предельные теоремы теории вероятностей. Центральная предельная теорема. Случайные процессы. Примеры использования вероятностных подходов при решении экономико-управленческих задач.

Тема 4.3. Элементы математической статистики.

Предмет математической статистики. Выборочный метод. Методы отбора. Репрезентативность выборки. Вариационный ряд. Табличное представление выборки. Графическое представление выборки. Полигон, гистограмма, кумулята. Числовые характеристики выборки. Мода и медиана. Построение точечных оценок для параметров распределения. Метод моментов. Несмещенная, состоятельная и точечная оценка. Эмпирическое среднее и эмпирическая дисперсия. Построение интервальных оценок. Доверительный интервал. Оценка требуемого объема выборки. Односторонние доверительные интервалы. Проверка статистических гипотез. Примеры использования методов математической статистики при решении экономико-управленческих задач.

5.2 Разделы/темы дисциплины, их трудоемкость и виды занятий

Общая трудоемкость изучения дисциплины по учебному плану: 3.Е. (часов) 12(432)

Форма обучения	Очная	Вид контроля	Зачет Экзамен(64)
Форма обучения	Очно - заочная	Вид контроля	Зачет Экзамен(64)
Форма обучения	Заочная	Вид контроля	

№ п.п.	Порядковый номер темы в соответствии с разделом 5.1 РПД	Очная				Очно-заочная				Заочная			
		Аудиторная (контактная)			СРС	Аудиторная (контактная)			СРС	Аудиторная (контактная)			СРС
		Л	Пр/С	ЛР		Л	Пр/С	ЛР		Л	Пр/С	ЛР	
1.	Тема 1.1	4	8		10	2	4		14				
2.	Тема 1.2	6	8		12	2	6		18				
3.	Тема 1.3	4	8		12	2	4		18				
4.	Тема 2.1	4	8		12	4	6		16				
5.	Тема 2.2	4	8		10	2	4		18				
6.	Тема 3.1	6	8		18	4	6		18				
7.	Тема 3.2	4	8		10	4	4		24				
8.	Тема 3.3	2	12		12	4	2		18				
9.	Тема 3.4	4	8		12	4	4		18				
10.	Тема 3.5	4	6		18	4	4		18				
11.	Тема 3.6	6	6		18	2	6		18				
12.	Тема 4.1	4	12		12	2	4		18				
13.	Тема 4.2	6	6		10	2	6		18				
14.	Тема 4.3	4	10		12	2	4		18				
15.	Консультации (контактная)	0	12		0	0	12		0				
16.	Промежуточная аттестация (часов)	0	0		64	0	0		64				
ВСЕГО ЧАСОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ		62	128		242	40	76		316				

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Раздел 1. Линейная алгебра

Тема 1.1. Матрицы и определители.

Тема 1.2. Системы линейных уравнений.

Тема 1.3. Линейные пространства.

Список литературы по разделу:

См. Раздел 7

Вопросы для самопроверки:

1. Понятие матрицы, определителя матрицы второго, третьего и высших порядков.
2. Правила вычисления определителей.
3. Операции над матрицами.
4. Элементарные преобразования строк матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду и виду Гаусса.
5. Ранг матрицы.
6. Обратная матрица: свойства, способы построения.
7. Совместность и определенность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы и правила Крамера.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
10. Линейная однородная система алгебраических уравнений, ее фундаментальная система решений.
11. Связь решений линейных однородных и неоднородных систем уравнений.
12. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность пространства. Координаты вектора в заданном базисе.
13. Линейные операции над векторами.
14. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
15. Векторное произведение двух векторов, его свойства.
16. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
17. Взаимное расположение векторов.

Задания для самостоятельной работы:

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$. Найти

а) матрицу $A - 3B^T$, б) матрицу $A \cdot B$

2. Решить систему методом Крамера и с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} 2x - y - z = -3 \\ x + y - 8z = 33 \\ y - 5z = 23 \end{cases}$$

4. На основе модели межотраслевого баланса найти валовый выпуск продукции для конечного спроса $C = \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \end{pmatrix}$ и технологической матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0,125 & 0,4 \\ 0,25 & 0,3 \end{pmatrix}.$$

5. Предприятие оказывает 2 вида услуг и использует для этого 3 вида ресурсов в ограниченных количествах. 1-й ресурс имеется в количестве 50 единиц, 2-й ресурс в количестве 200 единиц и 3-й ресурс в количестве 160 единиц. Для оказания одной услуги 1-го вида требуется 5 ед. 1-го ресурса, 20 ед. 2-го ресурса и 32 ед. 3-го ресурса, а для оказания одной услуги 2-го вида – 10 ед. 1-го ресурса, 5 ед. 2-го ресурса и 8 ед. 3-го ресурса. Определите, существует ли такой план оказания услуг, при котором будут израсходованы все имеющиеся на предприятии ресурсы.

Раздел 2. Аналитическая геометрия

Тема 2.1. Аналитическая геометрия на плоскости.

Тема 2.2. Аналитическая геометрия в пространстве.

Список литературы по разделу:

См. Раздел 7

Вопросы для самопроверки:

1. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
2. Кривые второго порядка, их канонические уравнения.
3. Уравнение плоскости.
4. Уравнение прямой в пространстве.
5. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Задания для самостоятельной работы:

1. В треугольнике ABC найти точку пересечения стороны AC с высотой, опущенной из вершины B. Задание выполнить графически и аналитически. $A(6;-2)$; $B(8;1)$ и $C(5;-3)$.
2. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору AB, где $A(1;3;-2)$; $B(3;5;0)$.
3. Написать каноническое уравнения прямой DE, где $D(2;3;-4)$; $E(1;6;4)$.
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки: $M_1(1;2;3)$, $M_2(3;0;1)$ и $M_3(1;-2;-3)$.

Раздел 3. Математический анализ

Тема 3.1. Числовые последовательности. Пределы и их свойства.

Тема 3.2. Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции.

Тема 3.3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 3.4. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Тема 3.5. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных.

Тема 3.6. Дифференциальные уравнения.

Список литературы по разделу:

См. Раздел 7

1. Геворкян П.С. и др. Высшая математика для экономистов. - М.: «Экономика», 2010.

Вопросы для самопроверки:

1. Последовательность. Предел числовой последовательности.
2. Функция. Способы задания функции.
3. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности.
4. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификация.
5. Производная функции: определение, геометрический смысл.
6. Правила вычисления производной.
7. Производная сложной функции.
8. Производные высших порядков.
9. Дифференцируемость функции. Теоремы о связи дифференцируемости с непрерывностью и с существованием производной.
10. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.
12. Раскрытие неопределенностей (правило Лопиталя).
13. Асимптоты графика функции.
14. Достаточные условия монотонности функции.
15. Достаточные условия экстремумов функции.
16. Достаточные условия выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции.
17. Общая схема исследования функции и построение графика.
18. Понятия первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
19. Замена переменной в неопределенном интеграле.
20. Метод интегрирования по частям.
21. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.
22. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы.
23. Понятие функции многих переменных.
24. Частные производные. Частные производные высших порядков.
25. Теорема о равенстве смешанных производных.
26. Дифференцируемые функции многих переменных. Дифференциал функции многих переменных.
27. Правила дифференцирования функций многих переменных.

28. Экстремумы функций многих переменных.
30. Экономическое приложение частных производных.
31. Дифференциальные уравнения. Общие понятия.
32. Дифференциальное уравнение первого порядка. Задача Коши.
33. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
34. Однородные дифференциальные уравнения.
35. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
36. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
37. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
38. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
39. Применение дифференциальных уравнений в экономике и управлении.

Задания для самостоятельной работы:

1. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2) \cdot (n-4) \cdot (n-6)}{n^3}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{4x^2 + 5}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}.$$

2. Используя 1-й и 2-й замечательные пределы, найти пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + 3x^2}{5x}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4+x}{5-x} \right)^{2x}.$$

3. Для функции $y = f(x)$ найти точки разрыва, если они существуют. Дать их классификацию. Сделать эскиз графика функции.

$$y = \begin{cases} 3^x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x < \pi, \\ 0, & x \geq \pi. \end{cases}$$

4. В точке $x = 3$ найти значение производной функции $y = \frac{1}{(x-1)^2} + \sqrt{x+1}$.

5. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \log_2^3(\operatorname{tg} 3x), \quad \text{б) } y = (1 + e^{-x})^{\cos x}.$$

6. Вычислить $y''(0)$, если $y = x^2 \cdot e^{x^2}$.

7. Раскрыть неопределенность, используя правило Лопиталя:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + 4x^2}{2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3e^x + 8 + \ln x}{x^3 - 2x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{e^{3/x} - 1}.$$

8. Найти асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 3}.$$

9. Найти точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции

$$f(x) = \frac{2x^2}{1+x^2}.$$

10. Найти неопределенные интегралы:

$$\int (4x^2 + 3x + 11) dx, \quad \int \frac{3x+1}{x(x-1)} dx.$$

11. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{3\pi/2} \cos \frac{x}{3} dx, \quad \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$$

12. Найти частные производные первого порядка функции

$$z = x^2 + 2x + y^2 - 3$$

в точке $M_0(-1; 2)$.

13. Найти полный дифференциал функции

$$z = \operatorname{arctg}(xy) - \sqrt{x^3 + y^3}.$$

14. Найти градиент функции

$$z = \ln(2x^4 + 4y^2) \text{ в точке } M_0(4; -2).$$

15. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20.$$

16. Найти условные экстремумы функции

$$z = 4y^2 - 10x^2, \text{ если } 5x + y = 16.$$

17. Предприятие осуществляет закупку автобусов двух типов А и В в количестве не более 30 машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее 1000 пассажиров. Стоимость автобуса типа А 1200 тыс. руб., а автобуса типа В 1300 тыс. руб. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типа А и В, равно 100 и 120, соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

18. Определите размеры консервной банки цилиндрической формы, изготовленной из минимально возможного количества материала, если объем банки должен быть равен 1 л. Толщину стенок, дна и крышки банки не учитывать.

19. Решить задачу Коши: $2xyy' = y^2 - 1, y(1) = 2$.

20. Решить уравнения:

$$yy'' = (y')^2 - (y')^3;$$

$$2xy'y'' = (y')^2 - 1.$$

Раздел 4. Теория вероятностей и элементы математической статистики

Тема 4.1. Случайные события и их вероятность.

Тема 4.2. Случайные величины и процессы.

Тема 4.3. Элементы математической статистики.

Список литературы по разделу:

См. Раздел 7

Вопросы для самопроверки:

1. Элементы комбинаторики.
2. Случайные события, их классификация. Алгебра событий.
3. Классическое и статистическое определения вероятности.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности и формула Байеса.
6. Повторные испытания. Формула Бернулли.
7. Локальные и интегральные теоремы Лапласа. Формула Пуассона.
8. Случайные величины, их классификация.
9. Свойства и числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.
10. Некоторые распределения вероятностей дискретных и непрерывных случайных величин.
11. Задачи математической статистики. Выборка. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическая вероятность.
12. Статистическое распределение выборки. Полигон частот. Гистограмма.
13. Статистические оценки параметров распределения.
14. Понятие статистической гипотезы.
15. Схема проверки гипотезы.
16. Элементы теории корреляции. Исследование случайных зависимостей между величинами. Коэффициент корреляции и его свойства.
17. Понятие о пакетах прикладных программ многомерного статистического анализа.

Задания для самостоятельной работы:

1. Вес мешков с сахаром представляет собой нормально распределенную случайную величину с математическим ожиданием 20 кг и среднеквадратическим отклонением 0.5 кг. Определить вероятность того, что случайно выбранный для контроля мешок будет весить не менее 19.8 кг. С какой вероятностью партия из 10 мешков будет весить не более 200 кг?

2. Ежедневный спрос на хлеб в организации общественного питания задается распределением вероятностей, указанным в таблице; при этом один батон хлеба приобретается по 30 руб., а продается по 40 руб. Если он не реализован в тот же день, то к концу дня его можно продать только за 15 руб. Величина запаса хлеба может принимать одно из возможных значений спроса, которые указаны в таблице. Сколько батонов хлеба следует заказывать ежедневно?

Спрос (n)	150	200	250	300
Вероятность ($P(n)$)	0.3	0.4	0.2	0.1

3. В гостиницу поступило 30 новых телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?

4. Из партии, содержащей 10 изделий, среди которых 3 бракованных, наудачу извлекают 3 изделия. Найти вероятность того, что ровно одно из них бракованное.

5. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,99 для первого сигнализатора и 0,95 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения. Найти:

- 1) функцию распределения $F(X)$ и её график;
- 2) математическое ожидание $M[X]$;
- 3) дисперсию $D[X]$.

X	1	3	4	7	8
P	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

7. Задана непрерывная случайная величина X с помощью плотности распределения вероятностей $f(x)$, сосредоточенная на отрезке $[a, b]$.

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x + 1; & 0 < x \leq 1 \\ 0; & x > 1. \end{cases}$$

- а) Найти функцию распределения $F(X)$ и её график.
- б) Найти математическое ожидание $M[X]$.
- в) Найти дисперсию $D[X]$.

- г) Найти вероятность попадания в интервал $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{3b-a}{2}\right)$.

8. Дана выборка объемом $n = 30$:

6,28	6,31	6,23	6,35	6,32	6,36	6,33	6,31	6,26	6,21
6,31	6,38	6,34	6,25	6,28	6,39	6,27	6,32	6,29	6,30

6,24	6,32	6,26	6,35	6,32	6,31	6,29	6,28	6,33	6,36.
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

- а) Найти статистический ряд и построить полигон частот.
- б) Составить интервальный статистический ряд, взяв 7-10 интервалов, и построить гистограмму частот.
- в) Найти математическое ожидание $\bar{x}$, выборочную дисперсию D_o , исправленную выборочную дисперсию s^2 , выборочное среднее квадратическое отклонение σ_o , исправленное среднее квадратическое отклонение s .

9. Менеджеру по безопасности клиентов необходимо проанализировать уровень ее обеспечения. Известно, что в среднем каждые четыре года с клиентами происходят 2 серьезных несчастных случая. Каким будет закон распределения числа несчастных случаев за указанный промежуток времени, и как выглядит его график? Каковы числовые характеристики этого распределения? Какой вид имеет функция распределения числа несчастных случаев за четыре года? Чему равна вероятность того, что за четыре года с клиентами произойдет менее 3-х несчастных случаев?

10. По выборке объема $n=9$, извлеченной из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением $\sigma=4$, найдена выборочная средняя $\bar{x}=16,5$. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу $H_0: M(X)=15$ при конкурирующей гипотезе $H_1: M(X)>15$.

11. По двум выборкам, объемы которых $n=10$ и $m=8$, извлеченных из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние ($\bar{x}=142,3$ и $\bar{y}=145,3$) и исправленные дисперсии ($S_x^2=2,7$ и $S_y^2=3,2$). При уровне значимости $\alpha=0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0: M(X)=M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_1: M(X) \neq M(Y)$, считая, что $D(X)=D(Y)$.

12. Постройте диаграмму рассеивания для двумерной совокупности данных о количестве контактов менеджеров по продажам гостиничных услуг и объемах их продаж, представленной в таблице. Выясните, существует ли между указанными величинами взаимосвязь.

1	Менеджер	Контакты	Объем продаж
2	Скрипов А.А.	140	126200
3	Бегоцкий Б.Д.	220	182510
4	Рявкин Л.А.	160	141770
5	Агушкин Р.Л.	170	138280

6. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

№ п/п	Автор, название, издание, год, наличие в ЭБС*
1	Балдин, К. В. Высшая математика : учебник : [16+] / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. – 3-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2021. – 360 с. : табл., граф., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497 . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-0299-4. – Текст : электронный.
2.	Абдрахманов, В. Г. Высшая математика : линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие : [16+] / В. Г. Абдрахманов. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 179 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=607459 . – ISBN 978-5-9765-4335-5. – Текст : электронный.
3.	Симушев, А. А. Высшая математика : учебное пособие : [16+] / А. А. Симушев, С. М. Зарбалиев, В. В. Григорьев ; ред. С. М. Зарбалиев ; Московский государственный институт международных отношений (Университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации. – Москва : Прометей, 2022. – 224 с. : граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=700984 . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-00172-357-8. – Текст : электронный.
4.	Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684732 . – ISBN 978-5-238-00991-9. – Текст : электронный.
5.	Туганбаев, А. А. Высшая математика : основы линейной алгебры. Теория и задачи : учебник : [16+] / А. А. Туганбаев. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 186 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=611207 . – ISBN 978-5-9765-4032-3. – Текст : электронный.
6.	Туганбаев, А. А. Высшая математика : функции многих переменных, двойные и тройные интегралы : учебник : [16+] / А. А. Туганбаев ; Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 228 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=611208 . – ISBN 978-5-9765-4180-1. – Текст : электронный.
7.	Туганбаев, А. А. Высшая математика. Основы математического анализа : задачи с решениями и теория : учебник : [16+] / А. А. Туганбаев. – Москва : ФЛИНТА, 2018. – 316 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=607450 . – ISBN 978-5-9765-3503-9. – Текст : электронный.
Дополнительная литература	
1.	Гурзо Г.Г. Практикум по алгебре и элементам аналитической геометрии: учеб. пособие для подготовки бакалавров.-Якутск: ТИРЦ ЯРОООИ ВОС, 2011
2.	Гурзо Г.Г. Задачи математического анализа с экономическим содержанием: учеб. пособие.- Якутск: СМИК-Мастер. Полиграфия, 2014
3.	Тихонов А.Г. Математический анализ для экономистов: учеб. пособие.-Якутск: СМИК-Мастер. Полиграфия 2013

*ЭБС – электронно - библиотечная система

7. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ И ИНТЕРНЕТ - РЕСУРСОВ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ п/п	Интернет ресурс (адрес)	Описание ресурса
1.	http://znanium.com/bookread.php	Электронно-библиотечная система, содержащая литературу по математике и статистике
2.	http://www.resmat.ru	Сайт по решению задач линейной алгебры в режиме онлайн. Представлены способы решения систем линейных уравнений, вычисление определителей, действия с матрицами
3.	http://www.mathworks.ru	Сайт содержит программы MATLAB с алгоритмами для математических расчетов и графической визуализации
4.	http://diffurov.net	Сайт по решению дифференциальных уравнений
5.	http://integraloff.net	Сайт предназначен для решения различных задач по математике в режиме онлайн
6.	http://www.iprbookshop.ru/	Электронно-библиотечная система, содержащая литературу по математике и статистике
7.	http://math.semestr.ru	Сайт, содержащий алгоритмы решения различных математических задач

8. ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОМУ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Помещения, в которых проводятся занятия, представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий. Данные аудитории оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Компьютеры, информационно-телекоммуникационные сети, аппаратно-программные и аудиовизуальные средства, находящиеся в учебных аудиториях:

- ноутбук Lenovo B50 (для преподавателя) с выходом в сеть интернет;
- проектор EPSON EB-W22 (проектор SANYO PRO xtrax);
- акустическая система Microlab;
- экран для проектора;
- доска маркерная (ученическая доска);

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой и имеют возможность подключения к сети интернет и обеспечивают доступ к электронной информационно-образовательной среде академии.

9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии:

1. Стандартные методы обучения:

- лекции;

- практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные или устные домашние задания;
- расчетно-аналитические, расчетно-графические задания;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение указанных выше письменных/устных заданий, работа с литературой.

2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:

- интерактивные лекции;
- круглые столы;
- групповые дискуссии и проекты;
- обсуждение результатов работы студенческих исследовательских групп.